



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖИ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ

**Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
Республики Крым  
«Крымский инженерно-педагогический университет имени Февзи Якубова»  
(ГБОУВО РК КИПУ имени Февзи Якубова)**

**Кафедра математики и физики**

СОГЛАСОВАНО

Руководитель ОПОП

\_\_\_\_\_ З.О. Адаманова

20 марта 2024 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ Д.Д. Гельфанова

20 марта 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
Б1.В.04 «Математические модели и методы»**

направление подготовки 38.04.01 Экономика  
магистерская программа «Мировая экономика и международные экономические  
отношения»

факультет экономики, менеджмента и информационных технологий

Симферополь, 2024

Рабочая программа дисциплины Б1.В.04 «Математические модели и методы» для магистров направления подготовки 38.04.01 Экономика. Магистерская программа «Мировая экономика и международные экономические отношения» составлена на основании ФГОС ВО, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 11.08.2020 № 939.

Составитель

рабочей программы \_\_\_\_\_ Д.Д. Гельфанова

подпись

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математики и физики  
от 15 февраля 2024 г., протокол № 8

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Д.Д. Гельфанова

подпись

Рабочая программа рассмотрена и одобрена на заседании УМК факультета экономики, менеджмента и информационных технологий  
от 20 марта 2024 г., протокол № 7

Председатель УМК \_\_\_\_\_ К.М. Османов

подпись

**1.Рабочая программа дисциплины Б1.В.04 «Математические модели и методы» для магистратуры направления подготовки 38.04.01 Экономика, магистерская программа «Мировая экономика и международные экономические отношения».**

**2.Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

### **2.1. Цель и задачи изучения дисциплины (модуля)**

#### ***Цель дисциплины (модуля):***

– сформировать комплекс знаний, умений и навыков, позволяющими устанавливать связь между строгими математическими исследованиями, с одной стороны, и практическими задачами принятия решений – с другой, а также навыки применения математических моделей и методов в экономических исследованиях.

#### ***Учебные задачи дисциплины (модуля):***

- обучить созданию, анализу и использованию математических моделей задач исследования операций с целью прогнозирования и оптимизации процессов, связанных с различными сферами человеческой деятельности;
- сформировать навыки практического применения математических моделей в науке, производстве, управлении, сфере обслуживания, строительстве и т.п.;
- сформировать навыки решения задач, перечисленных в п. 1., на ЭВМ с применением пакетов прикладных программ;
- развить аналитическое мышление и практические навыки использования математических методов в организации и управлении социальными и технологическими процессами.

### **2.2. Планируемые результаты освоения дисциплины**

Процесс изучения дисциплины Б1.В.04 «Математические модели и методы» направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 - Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий

ПК-3 - Способен обосновать подходы, применяемые в бизнес-анализе и осуществить руководство бизнес-анализом

В результате изучения дисциплины магистрант должен:

#### **Знать:**

- основы теории линейного и нелинейного программирования (ПК-3.1)
- методы решения задач целочисленного программирования, методы решения транспортных задач (ПК-3.2)
- методы принятия решений в условиях риска (УК-1.1)
- модели управления запасами, основы теории массового обслуживания (ПК-3.3)

**Уметь:**

- строить математические модели задач линейного, целочисленного, нелинейного программирования (ПК-3.4)
- решать задачи линейного программирования, целочисленного программирования, транспортные задачи, нелинейного программирования, задачи управления запасами, теории массового обслуживания (ПК-3.4)
- принимать решения в условиях риска (УК-1.2)

**Владеть:**

- изобразительными средствами представления математических моделей в объёме, достаточном для понимания их смысла (ПК-3.6)
- навыками обоснования хозяйственных решений с применением математических методов и моделей (УК-1.3)
- математическим аппаратом при решении профессиональных задач (ПК-3.7)
- навыками применения математических инструментов, таблиц, учебной и методической литературой в смежных предметах (ПК-3.8)

**3. Место дисциплины в структуре ОПОП.**

Дисциплина Б1.В.04 «Математические модели и методы» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений и входит в модуль учебного плана.

**4. Объем дисциплины (модуля)**

(в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся)

Семестр	Общее кол-во часов	кол-во зач. единиц	Контактные часы						СР	Контроль (время на контроль)
			Всего	лек	лаб.з ан.	прак т.зан .	сем. зан.	ИЗ		
1	108	3	38	18		20			70	За
Итого по ОФО	108	3	38	18		20			70	

### 5. Содержание дисциплины (модуля) (структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и видов учебных занятий)

Наименование тем (разделов, модулей)	Количество часов														Форма текущего контроля	
	очная форма							заочная форма								
	Всего	в том числе						Всего	в том числе							
		л	лаб	пр	сем	ИЗ	СР		л	лаб	пр	сем	ИЗ	СР		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
Оптимизация плана производства																
Оптимальное смещение	11	2		2			7									устный опрос; практическое задание
Оптимальный раскрой																
Планирование финансов																
Решение задач линейного программирования	11	2		2			7									устный опрос; практическое задание
Целочисленные задачи линейного программирования	12	2		2			8									устный опрос; практическое задание
Транспортная задача																
Задача о назначениях	12	2		2			8									устный опрос; практическое задание
Модели межотраслевого баланса и макроэкономической динамики	12	2		2			8									устный опрос; практическое задание
Соотношения модели Слоу макроэкономической динамики	12	2		2			8									устный опрос; практическое задание
Теория игр	14	2		4			8									устный опрос; практическое задание
Сведение задач теории игр к задачам линейного программирования	12	2		2			8									устный опрос; практическое задание
Нелинейное программирование	12	2		2			8									устный опрос; практическое задание
<b>Всего часов за 1 семестр</b>	108	18		20			70									
<b>Форма промежуточного контроля</b>	Зачет															
<b>Всего часов дисциплине</b>	108	18		20			70									
<b>часов на контроль</b>																

## 5. 1. Тематический план лекций

№ лекц	Тема занятия и вопросы лекции	Форма проведения (актив., интерак.)	Количество часов	
			ОФО	ЗФО
1.	<p>Оптимизация плана производства</p> <p>Оптимальное смешение</p> <p>Оптимальный раскрой</p> <p>Планирование финансов</p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Оптимизация плана производства</p> <p>Оптимальное смешение</p> <p>Оптимальный раскрой</p> <p>Планирование финансов</p>	Акт.	2	
2.	<p>Решение задач линейного программирования</p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Общая и основная задача линейного программирования</p> <p>Свойства основной задачи линейного программирования</p> <p>Нахождение решения задачи линейного программирования</p>	Акт.	2	
3.	<p>Целочисленные задачи линейного программирования</p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Экономическая и геометрическая интерпретация задач целочисленного линейного программирования</p> <p>Определение оптимального плана целочисленной задачи линейного программирования</p>	Акт.	2	
4.	<p>Транспортная задача</p> <p>Задача о назначениях</p> <p><i>Основные вопросы:</i></p> <p>Математическая постановка транспортной задачи</p> <p>Определение опорного плана транспортной задачи</p>	Акт.	2	

	Определение оптимального плана транспортной задачи методом потенциалов			
5.	Модели межотраслевого баланса и макроэкономической динамики <i>Основные вопросы:</i> Представление о модели Леонтьева многоотраслевой экономики Линейная модель международной торговли	Акт.	2	
6.	Соотношения модели Слоу макроэкономической динамики	Акт.	2	
7.	Теория игр <i>Основные вопросы:</i> Обоснование решений в условиях неопределенности Принятие решений в условиях неопределенности. Критерий Лапласа. Минимаксный критерий Критерий Сэвиджа. Критерий Гурвица. Критерии Ходжа-Лемана Критерий Гермейера-Гурвица	Акт.	2	
8.	Сведение задач теории игр к задачам линейного программирования <i>Основные вопросы:</i> Экономическая и геометрическая интерпретация задач теории игр Сведение задач теории игр к задачам линейного программирования	Акт.	2	
9.	Нелинейное программирование <i>Основные вопросы:</i> Экономическая и геометрическая интерпретация задачи нелинейного Метод множителей Лагранжа. Задачи выпуклого программирования.	Акт.	2	
	<b>Итого</b>		<b>18</b>	<b>0</b>

## 5. 2. Темы практических занятий

№ занятия	Наименование практического занятия	Форма проведения (актив., интерак.)	Количество часов	
			ОФО	ЗФО
1.	Оптимизация плана производства Оптимальное смешение Оптимальный раскрой Планирование финансов <i>Основные вопросы:</i> Задачи	Акт.	2	
2.	Решение задач линейного программирования <i>Основные вопросы:</i> Задачи	Акт.	2	
3.	Целочисленные задачи линейного программирования <i>Основные вопросы:</i> Задачи	Акт.	2	
4.	Транспортная задача Задача о назначениях <i>Основные вопросы:</i> Задачи	Акт.	2	
5.	Модели межотраслевого баланса и макроэкономической динамики <i>Основные вопросы:</i> Задачи	Акт.	2	
6.	Соотношения модели Слоу макроэкономической динамики <i>Основные вопросы:</i> Задачи	Акт.	2	
7.	Теория игр <i>Основные вопросы:</i> Задачи	Акт.	4	
8.	Сведение задач теории игр к задачам линейного программирования <i>Основные вопросы:</i> Задачи	Акт.	2	
9.	Нелинейное программирование <i>Основные вопросы:</i> Задачи	Акт.	2	
	<b>Итого</b>			

**5.3. Темы семинарских занятий**

(не предусмотрены учебным планом)

**5.4. Перечень лабораторных работ**

(не предусмотрено учебным планом)

**5.5. Темы индивидуальных занятий**

(не предусмотрено учебным планом)

**6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа по данной дисциплине включает такие формы работы как: работа с базовым конспектом; работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к практическому занятию; подготовка к устному опросу; подготовка к зачету.

**6.1. Содержание самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю)**

№	Наименование тем и вопросы, выносимые на самостоятельную работу	Форма СР	Кол-во часов	
			ОФО	ЗФО
1	Оптимизация плана производства Оптимальное смещение Оптимальный раскрой Планирование финансов Основные вопросы: Оптимизация плана производства Оптимальное смещение Оптимальный раскрой Планирование финансов	работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к устному опросу; подготовка к практическому занятию	7	
2	Решение задач линейного программирования Основные вопросы: Общая и основная задача линейного программирования Свойства основной задачи линейного программирования Нахождение решения задачи линейного программирования	работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к устному опросу; подготовка к практическому занятию	7	
3	Целочисленные задачи линейного программирования Основные вопросы:	работа с литературой, чтение дополнительной	8	

	<p>Экономическая и геометрическая интерпретация задач целочисленного линейного программирования</p> <p>Определение оптимального плана целочисленной задачи линейного программирования</p>	<p>литературы;</p> <p>подготовка к устному опросу;</p> <p>подготовка к практическому занятию</p>		
4	<p>Транспортная задача</p> <p>Задача о назначениях</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Математическая постановка транспортной задачи</p> <p>Определение опорного плана транспортной задачи</p> <p>Определение оптимального плана транспортной задачи методом потенциалов</p>	<p>работа с литературой,</p> <p>чтение дополнительной литературы;</p> <p>подготовка к устному опросу;</p> <p>подготовка к практическому занятию</p>	8	
5	<p>Модели межотраслевого баланса и макроэкономической динамики</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Сетевая модель и ее основные элементы</p> <p>Порядок и правила построения сетевых графиков</p> <p>Понятие о пути</p> <p>Временные параметры сетевых графиков</p>	<p>работа с литературой,</p> <p>чтение дополнительной литературы;</p> <p>подготовка к устному опросу;</p> <p>подготовка к практическому занятию</p>	8	
6	<p>Соотношения модели Слоу макроэкономической динамики</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Сетевое планирование в условиях неопределенности</p> <p>Коэффициент напряженности работы</p> <p>Анализ и оптимизация сетевого графика</p> <p>Оптимизация сетевого графика методом "время-стоимость"</p>	<p>работа с литературой,</p> <p>чтение дополнительной литературы;</p> <p>подготовка к устному опросу;</p> <p>подготовка к практическому занятию</p>	8	
7	<p>Теория игр</p> <p>Основные вопросы:</p> <p>Экономическая и геометрическая интерпретация задачи нелинейного программирования</p> <p>Метод множителей Лагранжа</p> <p>Задачи выпуклого программирования</p>	<p>работа с литературой,</p> <p>чтение дополнительной литературы;</p> <p>подготовка к устному опросу;</p> <p>подготовка к практическому занятию</p>	8	

8	Сведение задач теории игр к задачам линейного программирования Основные вопросы: Экономическая и геометрическая интерпретация задач теории игр Сведение задач теории игр к задачам линейного программирования	работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к устному опросу; подготовка к практическому занятию	8	
9	Нелинейное программирование Основные вопросы: Основные понятия моделей управления Статическая детерминированная модель без дефицита Статическая детерминированная модель с дефицитом Стохастические модели управления запасами Стохастические модели управления запасами с фиксированным временем задержки поставок	работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к устному опросу; подготовка к практическому занятию	8	
	<b>Итого</b>		<b>70</b>	

## 7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

### 7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Дескрипторы	Компетенции	Оценочные средства
<b>УК-1</b>		
<b>Знать</b>	методы принятия решений в условиях риска (УК-1.1)	устный опрос
<b>Уметь</b>	принимать решения в условиях риска (УК-1.2)	практическое задание
<b>Владеть</b>	навыками обоснования хозяйственных решений с применением математических методов и моделей (УК-1.3)	зачет

<b>ПК-3</b>		
<b>Знать</b>	основы теории линейного и нелинейного программирования (ПК-3.1); методы решения задач целочисленного программирования, методы решения транспортных задач (ПК-3.2); модели управления запасами, основы теории массового обслуживания (ПК-3.3)	устный опрос
<b>Уметь</b>	строить математические модели задач линейного, целочисленного, нелинейного программирования (ПК-3.4); решать задачи линейного программирования, целочисленного программирования, транспортные задачи, нелинейного программирования, задачи управления запасами, теории массового обслуживания (ПК-3.4)	практическое задание
<b>Владеть</b>	изобразительными средствами представления математических моделей в объёме, достаточном для понимания их смысла (ПК-3.6); математическим аппаратом при решении профессиональных задач (ПК-3.7); навыками применения математических инструментов, таблиц, учебной и методической литературой в смежных предметах (ПК-3.8)	зачет

## 7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценочные средства	Уровни сформированности компетенции			
	Компетентность несформирована	Базовый уровень компетентности	Достаточный уровень компетентности	Высокий уровень компетентности
практическое задание	Выполнено правильно менее 30% теоретической части, практическая часть или не сделана или выполнена менее 30%	Выполнено не менее 50% теоретической части и практических заданий (или полностью сделано практическое задание)	Выполнено 51 - 80% теор, части, практическое задание сделано полностью с несущественными замечаниями	Выполнено более 80% теоретической части, практическое задание выполнено без замечаний

устный опрос	Не выполнена или выполнена с грубыми нарушениями, выводы не соответствуют цели работы.	Выполнена частично или с нарушениями, выводы не соответствуют цели.	Работа выполнена полностью, отмечаются несущественные недостатки в оформлении.	Работа выполнена полностью, оформлена по требованиям.
зачет	Не раскрыт полностью ни один теор. вопрос, практическое задание не выполнено или выполнено с грубыми ошибками	Теор. вопросы раскрыты с замечаниями, однако логика соблюдена. Практическое задание выполнено, но с замечаниями: намечен ход выполнения, однако не полно раскрыты возможности выполнения	Работа выполнена с несущественными замечаниями	Работа выполнена полностью, оформлена по требованиям.

**7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**7.3.1. Примерные практические задания**

1. Примерные практические задания приведены в Приложении.

**7.3.2. Примерные вопросы для устного опроса**

1. Оптимизация плана производства
2. Оптимальное смещение
3. Оптимальный раскрой
4. Планирование финансов
5. Общая и основная задача линейного программирования
6. Свойства основной задачи линейного программирования
7. Нахождение решения задачи линейного программирования
8. Экономическая и геометрическая интерпретация задач целочисленного линейного программирования
9. Определение оптимального плана целочисленной задачи линейного программирования

## 10. Математическая постановка транспортной задачи

### 7.3.3. Вопросы к зачету

1. Оптимизация плана производства
2. Оптимальное смешение
3. Оптимальный раскрой
4. Планирование финансов
5. Общая и основная задача линейного программирования
6. Свойства основной задачи линейного программирования
7. Нахождение решения задачи линейного программирования
8. Экономическая и геометрическая интерпретация задач целочисленного линейного программирования
9. Определение оптимального плана целочисленной задачи линейного программирования
10. Математическая постановка транспортной задачи
11. Определение опорного плана транспортной задачи
12. Определение оптимального плана транспортной задачи методом потенциалов
  
13. Представление о модели Леонтьева межотраслевого баланса
14. Линейная модель международной торговли
15. Модель Слоу
16. Транспортная задача с правильным балансом
17. Транспортная задача с неправильным балансом
18. Графическое решение игры.
19. Транспортная задача: Метод северо-западного угла (фиктивный поставщик).
  
20. Транспортная задача: Метод северо-западного угла (фиктивный потребитель).
  
21. Транспортная задача линейного программирования. Метод наименьшей стоимости (фиктивный поставщик)
22. Экономическая и геометрическая интерпретация задачи нелинейного программирования
23. Игры с природой
24. Задачи выпуклого программирования
25. Экономическая и геометрическая интерпретация задач теории игр
26. Сведение задач теории игр к задачам линейного программирования
27. Уменьшение порядка платёжной матрицы
28. Аналитический метод решения игры
29. Критерии Ходжа-Лемана
30. Критерий Гермейера-Гурвица
31. Задача оптимального распределения инвестиций

32. Задача о замене оборудования  
 33. Транспортная задача линейного программирования. Метод наименьшей стоимости (фиктивный потребитель)  
 34. Метод искусственного базиса (М-метод)  
 35. Пример решения задачи на использование теорем двойственности  
 36. Двойственность в задачах линейного программирования  
 37. Теоремы двойственности.

#### 7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

##### 7.4.1. Оценивание практического задания

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Знание теоретического материала по предложенной проблеме	Теоретический материал усвоен	Теоретический материал усвоен и осмыслен	Теоретический материал усвоен и осмыслен, может быть применен в различных ситуациях по необходимости
Овладение приемами работы	Студент может применить имеющиеся знания для решения новой задачи, но необходима помощь преподавателя	Студент может самостоятельно применить имеющиеся знания для решения новой задачи, но возможно не более 2 замечаний	Студент может самостоятельно применить имеющиеся знания для решения новой задачи
Самостоятельность	Задание выполнено самостоятельно, но есть не более 3 замечаний	Задание выполнено самостоятельно, но есть не более 2 замечаний	Задание выполнено полностью самостоятельно

##### 7.4.2. Оценивание устного опроса

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота и правильность ответа	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
Степень осознанности, понимания изученного	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно
Языковое оформление ответа	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи

### 7.4.3. Оценивание зачета

Критерий оценивания	Уровни формирования компетенций		
	Базовый	Достаточный	Высокий
Полнота ответа, последовательность и логика изложения	Ответ полный, но есть замечания, не более 3	Ответ полный, последовательный, но есть замечания, не более 2	Ответ полный, последовательный, логичный
Правильность ответа, его соответствие рабочей программе учебной дисциплины	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 3	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины, но есть замечания, не более 2	Ответ соответствует рабочей программе учебной дисциплины
Способность студента аргументировать свой ответ и приводить примеры	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 3 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены, но есть не более 2 несоответствий	Ответ аргументирован, примеры приведены
Осознанность излагаемого материала	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 3 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно, но есть не более 2 несоответствий	Материал усвоен и излагается осознанно
Соответствие нормам культуры речи	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 4	Речь, в целом, грамотная, соблюдены нормы культуры речи, но есть замечания, не более 2	Речь грамотная, соблюдены нормы культуры речи
Качество ответов на вопросы	Есть замечания к ответам, не более 3	В целом, ответы раскрывают суть вопроса	На все вопросы получены исчерпывающие ответы

### 7.5. Итоговая рейтинговая оценка текущей и промежуточной аттестации студента по дисциплине

По учебной дисциплине «Математические модели и методы» используется 4-балльная система оценивания, итог оценивания уровня знаний обучающихся предусматривает зачёт. Зачет выставляется во время последнего практического занятия при условии выполнения не менее 60% учебных поручений, предусмотренных учебным планом и РПД. Наличие невыполненных учебных поручений может быть основанием для дополнительных вопросов по дисциплине в ходе промежуточной аттестации. Во всех остальных случаях зачет сдается обучающимися в даты, назначенные преподавателем в период соответствующий промежуточной аттестации.

**Шкала оценивания текущей и промежуточной аттестации студента**

Уровни формирования компетенции	Оценка по четырехбалльной шкале
	для зачёта
Высокий	зачтено
Достаточный	
Базовый	
Компетенция не сформирована	не зачтено

**8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)****Основная литература.**

№ п/п	Библиографическое описание	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-метод пособие, др.)	Кол-во в библи.
1.	Колокольцов, В. Н. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации (Теория игр для всех): учебное пособие / В. Н. Колокольцов, О. А. Малафеев. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-1276-1.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/168398">https://e.lanbook.com/book/168398</a>
2.	Мазалов, В. В. Математическая теория игр и приложения: учебное пособие для вузов / В. В. Мазалов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 500 с. — ISBN 978-5-8114-5627-7.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/153917">https://e.lanbook.com/book/153917</a>
3.	Кулешова Т.А., Облаухова М.В. Теория игр в принятии оптимальных решений: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2018 г.	учебное пособие	<a href="http://www.iprbbookshop.ru/84082">http://www.iprbbookshop.ru/84082</a>
4.	Невежин В.П. Исследование операций и принятие решений в экономике. Сборник задач и упражнений: учеб. пособие для студ., обуч. по направ. 38.03.01 "Экономика" (уровень подготовки -бакалавр) / В. П. Невежин, С. И. Кружилов, Ю. В. Невежин ; рец.: А. П. Еремеев, С. А. Посашков. - М.: Форум; М.ИНФРА-М, 2017. - 400 с.	учебное пособие	25

5.	Коробчинская, В. А. Теория игр и исследование операций: практикум: учебное пособие / В. А. Коробчинская, Д. С. Юнусова. — Уфа: БашГУ, 2020. — 30 с.	учебное пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/179918">https://e.lanbook.com/book/179918</a>
6.	Фомина, Т. П. Исследование операций и оптимизация (дополнительные главы) : учебно-методическое пособие / Т. П. Фомина. - Липецк : Липецкий ГПУ, 2017. - 70 с.	Учебно-методическое пособие	<a href="https://e.lanbook.com/book/111945">https://e.lanbook.com/book/111945</a>
7.	Трухан, А. А. Линейная алгебра и линейное программирование : учебное пособие / А. А. Трухан, В. Г. Ковтуненко. - Санкт-Петербург : Лань, 2018. - 316 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/99214">https://e.lanbook.com/book/99214</a>
8.	Болотский, А. В. Математическое программирование и теория игр: учебное пособие для вузов / А. В. Болотский. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 116 с. — ISBN 978-5-8114-8834-6.	учебное пособие для вузов	<a href="https://e.lanbook.com/book/182126">https://e.lanbook.com/book/182126</a>

### Дополнительная литература.

№ п/п	Библиографическое описание	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, др.)	Кол-во в библиот.
1.	Прокопенко Н.Ю. Исследование операций: Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2018 г.	учебное пособие	<a href="http://www.iprbbookshop.ru/80898">http://www.iprbbookshop.ru/80898</a>
2.	Исследование операций: Северо-Кавказский федеральный университет, 2017 г.	практикум	<a href="http://www.iprbbookshop.ru/75575">http://www.iprbbookshop.ru/75575</a>
3.	Диязитдинова А.Р. Исследование операций и методы оптимизации: Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017 г.	учебное пособие	<a href="http://www.iprbbookshop.ru/75377">http://www.iprbbookshop.ru/75377</a>

4.	Богданова, Е. Л. Оптимизация в проектном менеджменте: нелинейное программирование : учебное пособие / Е. Л. Богданова. - Санкт-Петербург : НИУ ИТМО, 2017. - 190 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/110450">https://e.lanbook.com/book/110450</a>
5.	Богданова, Е. Л. Оптимизация в проектном менеджменте: линейное программирование : учебное пособие / Е. Л. Богданова, К. А. Соловейчик, К. Г. Аркина. - Санкт-Петербург : НИУ ИТМО, 2017. - 165 с.	Учебные пособия	<a href="https://e.lanbook.com/book/110453">https://e.lanbook.com/book/110453</a>

### 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- 1.Поисковые системы: <http://www.rambler.ru>, <http://yandex.ru>, <http://www.google.com>
- 2.Федеральный образовательный портал [www.edu.ru](http://www.edu.ru).
- 3.Российская государственная библиотека <http://www.rsl.ru/ru>
- 4.Государственная публичная научно-техническая библиотека России URL: <http://gpntb.ru>.
- 5.Государственное бюджетное учреждение культуры Республики Крым «Крымская республиканская универсальная научная библиотека» <http://franco.crimealib.ru/>
- 6.Педагогическая библиотека <http://www.pedlib.ru/>
- 7.Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (РИНЦ) <http://elibrary.ru/defaultx.asp>

### 10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

#### Общие рекомендации по самостоятельной работе магистрантов

Подготовка современного магистранта предполагает, что в стенах университета он овладеет методологией самообразования, самовоспитания, самосовершенствования. Это определяет важность активизации его самостоятельной работы.

Самостоятельная работа формирует творческую активность магистрантов, представление о своих научных и социальных возможностях, способность вычленять главное, совершенствует приемы обобщенного мышления, предполагает более глубокую проработку ими отдельных тем, определенных программой.

Основными видами и формами самостоятельной работы студентов по данной дисциплине являются: самоподготовка по отдельным вопросам; работа с базовым конспектом; работа с литературой, чтение дополнительной литературы; подготовка к практическому занятию; подготовка к устному опросу; подготовка к зачету.

Важной частью самостоятельной работы является чтение учебной литературы. Основная функция учебников – ориентировать в системе тех знаний, умений и навыков, которые должны быть усвоены по данной дисциплине будущими специалистами. Учебник также служит путеводителем по многочисленным произведениям, ориентируя в именах авторов, специализирующихся на определённых научных направлениях, в названиях их основных трудов. Вторая функция учебника в том, что он очерчивает некий круг обязательных знаний по предмету, не претендуя на глубокое их раскрытие.

Чтение рекомендованной литературы – это та главная часть системы самостоятельной учебы магистранта, которая обеспечивает подлинное усвоение науки. Читать эту литературу нужно по принципу: «идея, теория, метод в одной, в другой и т.д. книгах».

Во всех случаях рекомендуется рассмотрение теоретических вопросов не менее чем по трем источникам. Изучение проблемы по разным источникам – залог глубокого усвоения науки. Именно этот блок, наряду с выполнением практических заданий является ведущим в структуре самостоятельной работы студентов.

Вниманию магистрантов предлагаются список литературы, вопросы к самостоятельному изучению и вопросы к зачету.

Для успешного овладения дисциплиной необходимо выполнять следующие требования:

- 1) выполнять все определенные программой виды работ;
- 2) посещать занятия, т.к. весь тематический материал взаимосвязан между собой и, зачастую, самостоятельного теоретического овладения пропущенным материалом недостаточно для качественного его усвоения;
- 3) все рассматриваемые на занятиях вопросы обязательно фиксировать в отдельную тетрадь и сохранять её до окончания обучения в вузе;
- 4) проявлять активность при подготовке и на занятиях, т.к. конечный результат овладения содержанием дисциплины необходим, в первую очередь, самому бакалавру;
- 5) в случаях пропуска занятий по каким-либо причинам обязательно отрабатывать пропущенное преподавателю во время индивидуальных консультаций.

Внеурочная деятельность магистранта по данной дисциплине предполагает:

- самостоятельный поиск ответов и необходимой информации по предложенным вопросам;
- выполнение практических заданий;

- выработку умений научной организации труда.

Успешная организация времени по усвоению данной дисциплины во многом зависит от наличия у магистранта умения самоорганизовать себя и своё время для выполнения предложенных домашних заданий. Объём заданий рассчитан максимально на 2-3 часа в неделю. При этом алгоритм подготовки будет следующим:

- 1 этап – поиск в литературе теоретической информации по предложенным преподавателем вопросам;
- 2 этап – осмысление полученной информации, освоение терминов и понятий;
- 3 этап – составление плана ответа на каждый вопрос;
- 4 этап – поиск примеров по данной проблематике.

### **Работа с базовым конспектом**

Программой дисциплины предусмотрено чтение лекций в различных формах их проведения: проблемные лекции с элементами эвристической беседы, информационные лекции, лекции с опорным конспектированием, лекции-визуализации.

На лекциях преподаватель рассматривает вопросы программы курса, составленной в соответствии с государственным образовательным стандартом. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу.

Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям.

Во время самостоятельной проработки лекционного материала особое внимание следует уделять возникшим вопросам, непонятным терминам, спорным точкам зрения. Все такие моменты следует выделить или выписать отдельно для дальнейшего обсуждения на практическом занятии. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией. Полный список литературы по дисциплине приведен в рабочей программе дисциплины.

### **Подготовка к практическому занятию**

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Подготовка к практическому занятию включает следующие элементы самостоятельной деятельности: четкое представление цели и задач его проведения; выделение навыков умственной, аналитической, научной деятельности, которые станут результатом предстоящей работы.

Выработка навыков осуществляется с помощью получения новой информации об изучаемых процессах и с помощью знания о том, в какой степени в данное время студент владеет методами исследовательской деятельности, которыми он станет пользоваться на практическом занятии.

Следовательно, работа на практическом занятии направлена не только на познание студентом конкретных явлений внешнего мира, но и на изменение самого себя.

Второй результат очень важен, поскольку он обеспечивает формирование таких общекультурных компетенций, как способность к самоорганизации и самообразованию, способность использовать методы сбора, обработки и интерпретации комплексной информации для решения организационно-управленческих задач, в том числе находящихся за пределами непосредственной сферы деятельности студента. процессов и явлений, выделяют основные способы доказательства авторами научных работ ценности того, чем они занимаются.

В ходе самого практического занятия студенты сначала представляют найденные ими варианты формулировки актуальности исследования, обсуждают их и обосновывают свое мнение о наилучшем варианте.

Объём заданий рассчитан максимально на 1-2 часа в неделю.

### **Подготовка к устному опросу**

С целью контроля и подготовки студентов к изучению новой темы вначале каждой практического занятия преподавателем проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущей темы.

Критерии оценки устных ответов студентов:

- правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);
- полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);
- сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);
- логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);

- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);
- использование дополнительного материала (обязательное условие);
- рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов).

### **Подготовка к зачету**

Зачет является традиционной формой проверки знаний, умений, компетенций, сформированных у студентов в процессе освоения всего содержания изучаемой дисциплины. Обычный зачет отличается от экзамена только тем, что преподаватель не дифференцирует баллы, которые он выставляет по его итогам.

Самостоятельная подготовка к зачету должна осуществляться в течение всего семестра, а не за несколько дней до его проведения.

Подготовка включает следующие действия. Прежде всего нужно перечитать все лекции, а также материалы, которые готовились к семинарским и практическим занятиям в течение семестра. Затем надо соотнести эту информацию с вопросами, которые даны к зачету. Если информации недостаточно, ответы находят в предложенной преподавателем литературе. Рекомендуются делать краткие записи. Речь идет не о шпаргалке, а о формировании в сознании четкой логической схемы ответа на вопрос. Накануне зачета необходимо повторить ответы, не заглядывая в записи. Время на подготовку к зачету по нормативам университета составляет не

### **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости))**

Информационные технологии применяются в следующих направлениях:  
оформление письменных работ выполняется с использованием текстового  
демонстрация компьютерных материалов с использованием мультимедийных технологий;

использование информационно-справочного обеспечения, такого как: правовые справочные системы (Консультант+ и др.), онлайн словари, справочники (Грамота.ру, Интуит.ру, Википедия и др.), научные публикации.

использование специализированных справочных систем (электронных учебников, справочников, коллекций иллюстраций и фотоизображений, фотобанков, профессиональных социальных сетей и др.).

OpenOffice Ссылка: <http://www.openoffice.org/ru/>

Mozilla Firefox Ссылка: <https://www.mozilla.org/ru/firefox/new/>

Libre Office Ссылка: <https://ru.libreoffice.org/>

Do PDF Ссылка: <http://www.dopdf.com/ru/>

7-zip Ссылка: <https://www.7-zip.org/>

Free Commander Ссылка: <https://freecommander.com/ru>

be Reader Ссылка: <https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html>попо

Gimp (графический редактор) Ссылка: <https://www.gimp.org/>

ImageMagick (графический редактор) Ссылка:

VirtualBox Ссылка: <https://www.virtualbox.org/>

Adobe Reader Ссылка: <https://acrobat.adobe.com/ru/ru/acrobat/pdf-reader.html>

Операционная система Windows 8.1 Лицензионная версия по договору №471\1 от 11.12.2014 г.

Электронно-библиотечная система Библиокомплектатор

Национальна электронная библиотека - федеральное государственное бюджетное учреждение «Российская государственная библиотека» (ФГБУ «РГБ»)

Редакция Базы данных «ПОЛПРЕД Справочники»

Электронно-библиотечная система «ЛАНЬ»

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

-компьютерный класс и доступ к сети Интернет (во время самостоятельной подготовки) (должен быть приложен график занятости компьютерного класса);

-проектор, совмещенный с ноутбуком для проведения лекционных занятий преподавателем и презентации студентами результатов работы

-раздаточный материал для проведения групповой работы;

-методические материалы к практическим занятиям, лекции (рукопись, электронная версия), дидактический материал для студентов (тестовые задания, мультимедийные презентации);

## **13. Особенности организации обучения по дисциплине обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ)**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ОВЗ:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потерь

данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества;

- создание возможности для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников – например, так, чтобы лица с нарушением слуха получали информацию визуально, с нарушением зрения – аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счет альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи учебных занятий, выступления с докладами и защитой выполненных работ, проведение тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ОВЗ форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи: зачет и экзамен, проводимый в письменной форме, – не более чем на 90 мин., проводимый в устной форме – не более чем на 20 мин., – продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы – не более чем на 15 мин.

#### **14. Виды занятий, проводимых в форме практической подготовки**

(не предусмотрено при изучении дисциплины)

## ПРИЛОЖЕНИЕ к РПД «Математические модели и методы»

### ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

#### Тема 1. Оптимизация плана производства. Оптимальное смешение. Оптимальный раскрой. Планирование финансов.

**Задание 1.** Построить на плоскости область решений системы линейных неравенств и найти наибольшее и наименьшее значения линейной функции  $L(X)$ .

$$\begin{aligned} 1.1. \quad L(X) &= 7 X_1 - X_2 \\ X_1 + 3 X_2 &\geq 5 \\ 8 X_1 + 2 X_2 &\leq 89 \\ 8 X_1 - 6 X_2 &\geq 69 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.3. \quad L(X) &= 12 X_1 - 2 X_2 \\ 11 X_1 - 17 X_2 &\leq 66 \\ -X_1 + 11 X_2 &\leq 14 \\ 5 X_1 - 3 X_2 &\geq 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.5. \quad L(X) &= 6 X_1 + 4 X_2 \\ 9 X_1 + 11 X_2 &\geq 48 \\ 5 X_1 - X_2 &\leq 44 \\ -X_1 + 13 X_2 &\geq 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.7. \quad L(X) &= 6 X_1 - 4 X_2 \\ 2 X_1 + 4 X_2 &\geq 5 \\ 5 X_1 - X_2 &\leq 46 \\ 3 X_1 - 5 X_2 &\geq 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.9. \quad L(X) &= 11 X_1 + 7 X_2 \\ 8 X_1 + 14 X_2 &\geq 14 \\ 13 X_1 + 5 X_2 &\leq 65 \\ 5 X_1 - 9 X_2 &\geq 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.11. \quad L(X) &= 2 X_1 \\ 3 X_1 + 5 X_2 &\geq 2 \\ 17 X_1 + X_2 &\leq 153 \\ 8 X_1 - 14 X_2 &\geq 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.2. \quad L(X) &= 11 X_1 + 7 X_2 \\ 5 X_1 - X_2 &\leq 51 \\ 2 X_2 &\leq 11 \\ 10 X_1 + 4 X_2 &\geq 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.4. \quad L(X) &= 5 X_1 + X_2 \\ X_1 - 9 X_2 &\leq 18 \\ 2 X_1 + 4 X_2 &\leq 3 \\ 7 X_1 + 3 X_2 &\geq 27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.6. \quad L(X) &= 9 X_1 + 5 X_2 \\ 2 X_2 &\geq 6 \\ 8 X_1 + 2 X_2 &\leq 90 \\ 8 X_1 - 6 X_2 &\geq 60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.8. \quad L(X) &= 8 X_1 + 2 X_2 \\ X_1 + 11 X_2 &\geq 11 \\ 3 X_1 - X_2 &\leq 28 \\ 5 X_1 - 13 X_2 &\geq 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.10. \quad L(X) &= 7 X_1 + X_2 \\ X_1 + 3 X_2 &\geq 2 \\ 4 X_1 - 2 X_2 &\leq 36 \\ 5 X_1 - 13 X_2 &\geq 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.12. \quad L(X) &= 7 X_1 + 5 X_2 \\ 2 X_1 + 4 X_2 &\geq 1 \\ 5 X_1 - X_2 &\leq 42 \\ 3 X_1 - 5 X_2 &\geq 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1.13. \quad L(X) &= 10 X_1 - 8 X_2 \\
&X_1 + 11 X_2 \geq 11 \\
&3 X_1 - X_2 \leq 28 \\
&5 X_1 - 13 X_2 \geq 11
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1.15. \quad L(X) &= 4 X_1 - 2 X_2 \\
&X_1 + 3 X_2 \geq 1 \\
&4 X_1 - 2 X_2 \leq 34 \\
&5 X_1 - 13 X_2 \geq 17
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1.17. \quad L(X) &= 8 X_1 - 6 X_2 \\
&5 X_1 - 3 X_2 \leq 50 \\
&X_2 \leq 1 \\
&10 X_1 + 4 X_2 \geq 70
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1.19. \quad L(X) &= 5 X_1 - X_2 \\
&9 X_1 + 11 X_2 \geq 46 \\
&5 X_1 - X_2 \leq 42 \\
&- X_1 + 13 X_2 \leq 4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1.14. \quad L(X) &= 8 X_1 + 6 X_2 \\
&8 X_1 + 14 X_2 \geq 14 \\
&13 X_1 + 5 X_2 \leq 65 \\
&5 X_1 - 9 X_2 \geq 5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1.16. \quad L(X) &= 3 X_1 - 3 X_2 \\
&3 X_1 + 5 X_2 \geq 1 \\
&17 X_1 + X_2 \leq 152 \\
&8 X_1 - 14 X_2 \geq 13
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1.18. \quad L(X) &= 9 X_1 - 7 X_2 \\
&11 X_1 - 17 X_2 \leq 72 \\
&- X_1 + 11 X_2 \leq 20 \\
&5 X_1 - 3 X_2 \geq 20
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1.20. \quad L(X) &= 4 X_1 + 2 X_2 \\
&X_1 - 9 X_2 \leq 16 \\
&2 X_1 + 4 X_2 \leq 1 \\
&7 X_1 + 3 X_2 \geq 27
\end{aligned}$$

## Тема 2. Решение задач линейного программирования

**Задание 2.** Предположим, что для производства двух видов продукции А и В используются три вида ресурсов. На изготовление единицы изделия А расходуется  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  кг ресурсов соответствующего вида, на изготовление единицы изделия В расходуется  $b_1$ ,  $b_2$  и  $b_3$  кг ресурсов.

На складе фирмы наличные объемы ресурсов соответствующего вида составляют  $c_1$ ,  $c_2$  и  $c_3$  кг.

От реализации единицы готовой продукции вида А фирма имеет прибыль в размере  $\alpha$  рублей, а от единицы продукции вида В -  $\beta$  рублей.

Требуется найти такие объемы производства продукции А и В, при которых достигается максимум суммарной прибыли от реализации. При этом количество используемых ресурсов на производство продукции не должно превосходить их наличного количества.

1. Запишите соответствующую вашему варианту числовую модель задачи линейного программирования

2. Найдите решение задачи симплекс – методом.
3. Дайте геометрическую интерпретацию полученного решения.
4. Запишите двойственную задачу и найдите ее решение из соотношений двойственности.
5. Поясните экономический смысл полученного решения двойственной задачи.

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$\alpha$	$\beta$
2.1.	20	15	14	28	9	1	758	526	541	10	2
2.2.	15	15	9	33	25	3	571	577	445	8	10
2.3.	11	13	13	21	15	3	741	741	822	5	3
2.4.	14	12	8	8	4	2	624	541	376	7	3
2.5.	19	16	19	26	17	8	868	638	853	5	4
2.6.	14	15	20	40	27	4	1200	993	1097	5	13
2.7.	9	15	15	27	15	3	606	802	840	11	6
2.8.	13	13	11	23	11	1	608	614	575	5	7
2.9.	8	14	14	7	8	1	417	580	591	5	5
2.10.	19	16	19	31	9	1	1121	706	1066	16	19
2.11.	7	6	5	8	3	1	476	364	319	11	10
2.12.	10	9	3	18	15	1	1238	1118	523	11	13
2.13.	8	7	7	12	9	3	612	492	562	11	9
2.14.	8	7	7	10	5	2	459	379	459	9	9
2.15.	10	9	5	6	3	1	735	765	455	8	4
2.16.	5	6	7	7	6	1	256	283	363	9	7
2.17.	3	9	10	5	3	2	414	723	788	12	16
2.18.	7	7	8	13	8	2	363	327	429	6	4
2.19.	7	7	8	5	2	1	347	300	357	11	7
2.20.	5	9	10	7	9	8	343	587	587	11	7

### Тема 3. Целочисленное линейное программирование

**Задание 3.** Для задачи, предложенной в задании 2, найдите целочисленное решение методом Гомори последовательных отсечений (или методом ветвей и границ). При решении можно ограничиться 2-3 дополнительными условиями.

#### Тема 4. Транспортная задача. Задача о назначениях.

**Задание 4.** Имеются три пункта производства, располагающие некоторым однородным продуктом в количествах  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$ . Продукт необходимо доставить в пять пунктов конечного потребления, платежеспособный спрос в которых составляет  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$  и  $b_5$ . Затраты на транспортировку (прямую поставку) единицы продукта от пункта производства в пункт потребления приведены в таблице С. Требуется отыскать такие объемы прямых поставок продукта от пунктов производства к пунктам потребления, при которых достигается минимум суммарных транспортных затрат.

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$b_5$	$C$				
3.1.	200	175	225	100	130	80	190	100	5	7	4	2	5
									7	1	3	1	10
									2	3	6	8	7
3.2.	200	450	250	100	125	325	250	100	5	8	7	10	3
									4	2	2	5	6
									7	3	5	9	2
3.3.	250	200	200	120	130	100	160	140	27	36	35	31	29
									22	23	26	32	35
									35	42	38	32	39
3.4.	350	330	270	210	170	220	150	200	3	12	9	1	7
									2	7	11	2	10
									7	14	12	5	8
3.5.	300	250	200	210	150	120	135	135	4	8	13	2	7
									9	4	11	9	17
									3	16	10	1	4
3.6.	350	200	300	170	140	200	195	145	22	14	16	28	30
									19	17	26	36	36
									37	30	31	39	41
3.7.	200	250	200	190	100	120	110	130	28	27	18	27	24
									18	26	27	32	21
									27	33	23	31	34
	230	250	170	140	90	160	110	150	40	19	25	25	35

3.8.			49	26	27	18	38
			46	27	35	40	43
3.9.	200 300 250	210 150 120 135 135	20	10	13	13	18
			27	19	20	16	22
			26	17	19	21	23
3.10.	200 350 300	270 130 190 150 110	24	50	55	27	16
			50	47	23	17	21
			35	59	55	27	41
3.11.	150 150 200	100 70 130 110 90	17	3	6	12	32
			14	10	2	10	36
			14	11	5	8	37
3.12.	330 270 350	220 170 210 150 200	10	12	24	50	42
			13	22	49	66	32
			26	27	35	67	63
3.13.	150 200 100	90 150 75 60 75	15	23	2	19	17
			17	13	14	12	20
			13	21	24	16	12
3.14.	300 350 200	145 195 200 140 170	18	31	35	25	13
			16	25	21	9	9
			45	30	25	33	41
3.15.	300 300 250	150 140 115 225 220	20	23	20	15	24
			29	15	16	19	2
			6	11	10	9	8
3.16.	300 235 320	190 150 130 180 200	25	20	22	31	32
			11	19	18	18	20
			26	30	17	19	20
3.17.	300 250 300	130 130 150 190 250	17	21	24	32	24
			23	10	15	20	26
			20	27	29	23	25
3.18.	200 300 250	120 140 160 180 150	16	25	26	26	23
			25	30	30	32	33
			34	25	23	26	32
	270 450 330	190 210 200 230 220	37	30	15	19	37
			16	19	13	19	21

3.19.			10	20	19	29	26	
			19	27	32	32	20	
3.20.	210	450	290	200	220	170	210	150
				39	21	12	21	41
				15	14	28	27	20

## Тема 5. Модели межотраслевого баланса и макроэкономической динамики

**Задание 5.1** Завершить составление баланса, располагая следующими данными об экономической системе, состоящей из трех экономических объектов (например,  $P_1$  – промышленность,  $P_2$  – сельское хозяйство,  $P_3$  – транспорт). Прочерки в таблице означают, что  $X_{22}=X_{31}=0$ .

Отрасли	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$\Sigma$	$Y$	$X$
$P_1$	20	50			200	300
$P_2$	10	-	40			500
$P_3$	-				240	
$\Sigma$				310		
$V$		390				
$X$						

**Задание 5.2** Вычислить общую потребность в трудовых ресурсах, если известны коэффициенты прямых материальных затрат, коэффициенты прямых затрат труда и задан вектор конечного продукта:

$$A = \begin{pmatrix} 0,0 & 0,2 & 0,1 \\ 0,3 & 0,0 & 0,1 \\ 0,2 & 0,1 & 0,0 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 20 \end{pmatrix}, \quad Y$$

## Тема 6. Соотношения модели Слоу макроэкономической динамики

**Задание 6.** Используя отчетный баланс:

1. Найдите  $a_{ij}$ .
2. Постройте систему балансовых уравнений.
3. По вектору  $Y = (10, 20)$  найдите вектор  $X$ .
4. Найдите вектор  $Y$ , если  $X=(50,100)$ .

	$P_1$	$P_2$	$\Sigma$	$Y$	$X$
$P_1$	5	12	17	23	40
$P_2$	6	12	18	32	50

## Тема 7. Теория игр

**Задание 7.** Для предложенной задачи дайте математическую ее постановку: установите вектор состояний внешней среды, вектор решений и функцию полезности. Найдите оптимальное решение с позиций критериев Лапласа, Вальда, Гурвица, Сэвиджа и дайте соответствующие комментарии к их применению.

5.1. Фирма может за определенную плату (100 руб.) составить любому студенту программу для каких-то типовых расчетов на ПЭВМ. Каждый сотрудник фирмы может качественно выполнить до 10 заказов. Стоимость аренды машинного времени составляет 800 руб. в месяц (этого времени достаточно для выполнения 10 работ). Количество студентов, пользующихся услугами фирмы, не превышает 100 человек в месяц. Определить число сотрудников фирмы, дающее максимум общего дохода (для регистрации фирмы необходима численность не менее двух человек).

5.2. Землевладелец на знойном юге решает вопрос о числе рабочих, привлекаемых к уборке томатов. Урожайность колеблется в зависимости от погоды от 500 до 600 центнеров, закупочная цена стабильна и равна 5 руб/кг. Рабочий за сезон собирает 20 центнеров, получая 1.2 руб/кг за уборку и 280 руб. для оплаты стоимости проезда к месту работ. Затраты на обеспечение рабочих жильем (речь не идет даже о трехзвездочной гостинице) составляют 300 руб. и не зависят от численности.

5.3. В сельхозрайоне с посевной площадью 1430 га решено построить элеватор по одному из типовых проектов на 20, 30, 40, 50 или 60 тыс. центнеров зерна. Привязка проекта обойдется в 37 тыс.руб. Стоимость материалов и оборудования для элеватора мощности 20 тыс. равна 60 тыс.руб. и растет на 10% с ростом мощности на 10 тыс. Затраты на эксплуатацию элеватора на 20 тыс. равны 10 тыс. руб. и растут на 10 тыс. с ростом мощности на 10 тыс. За хранение зерна на счет элеватора вносится плата 10 руб. за центнер. Урожайность колеблется от 14 до 20 ц/га.

5.4. Председатель сельхозкооператива решает закупить бочки для засолки огурцов. Виды на урожай колеблются от 700 до 1000 кг, в бочку вмещается 50 кг, цена бочки - 300 руб., затраты на засолку - 20 руб. за бочку, аренда места на рынке - 50 руб, реализационная цена - 7.20 руб/кг.

5.5. Универмаг, работающий по 10 часов в сутки, ежедневно посещают от 7 до 10 тыс. чел. Стоимость покупок одного посетителя в среднем - 50 руб. Время обслуживания - 3 мин. на покупателя. Затраты на оборудование одного рабочего места - 2400 руб., зарплата продавца - 1400 руб. в месяц. Найти число рабочих мест при планировании работы на месяц (30 рабочих дней).

5.6. Фирма, действующая в живописном Горном Алтае, планирует десятидневные маршруты для туристов в летнем сезоне (60 дней). Известно, что число туристов в течение десятидневки колеблется от 1 до 1.5 тыс. чел. Группы комплектуются из 25 чел. Стоимость путевки – 2 тыс.руб. Заработная плата инструктора составляет 6 тыс.руб. в месяц. На экипировку группы затрачивается 1.5 тыс.руб., на питание группы – 12 тыс.руб. К тому же приходится оплачивать ремонт помещений и снаряжения при подготовке к сезону 30 тыс.руб. Сколько же инструкторов разумно пригласить на работу ?

5.7. В транспортном цехе ежедневно выходит из строя до 8 агрегатов, каждый из которых мог бы дать продукции на 350 руб. Слесарь-ремонтник, получающий 2500 руб. в месяц, не может в день обслужить более двух станков. Сколько же слесарей должен привлечь на работу начальник транспортного цеха ?

5.8. В городе N решено открыть яхт-клуб (под громким названием скрывается скромная лодочная станция). Предполагаемое число членов клуба колеблется от 100 до 250 чел. Годовой абонемент стоит 1000 руб. Аренда причала, помещений для хранения яхт и стимулирование ускоренного получения лицензии обойдутся в 20 тыс.руб. Владельцу абонемента, не получившему яхты, выплачивается неустойка в двойном размере. Сколько же прогулочных яхт следует заказать, если каждая из них стоит 15 тыс.руб. и обычно ежедневно приходит каждый десятый любитель пребывания на воде (прочими затратами пренебречь) ?

5.9. Организуются пригородные автобусные рейсы. Число пассажиров колеблется от 300 до 450 чел., из которых 10% имеют право бесплатного проезда. Цена билета 6 руб. Вместимость автобуса – 30 чел. Эксплуатационные затраты на один рейс – 50 руб. Оплата шофера за одну поездку - 60 руб. Сколько же организовать рейсов ?

5.10. В райцентре решается вопрос о строительстве сыроваренного завода. Известно, что дневной объем поставок молока колеблется от 4800 до 5600 л в день. Один сепаратор ежедневно перерабатывает 600 л молока в 50 кг сыра. Стоимость аппарата 40000 руб, ежемесячные эксплуатационные расходы – 1500 руб, аренда помещения – 12000 руб. в год. Молоко закупается по 3 руб/л, сыр продается по 45 руб/кг. Неиспользованное молоко приходится

вывозить на свинокомплекс молоковозами (емкость 5 т) с затратами 100 руб за рейс. Сколько же сепараторов закупать ?

5.11. Прядильная фабрика ежемесячно получает от 35 до 50 т хлопка повышенной влажности. Один сушильный агрегат может высушить 5 т. Затраты на техническое обслуживание агрегата 1000 руб. (независимо от его использования или простоя). Потери от 1 т невысушенного хлопка - 7000 руб. Сколько агрегатов разумно иметь на фабрике ?

5.12. В 50-е годы в одном из небольших городов области планировалось строительство кинотеатра. Имелись проекты на 400, 500, 600 и 750 мест. Затраты на содержание кинотеатра составляли 40 руб. в день и дополнительно 10 руб. за каждые сто мест (свыше 600). В день можно было дать 6 сеансов, стоимость билета составляла в среднем 40 коп. Количество посетителей колебалось от 2000 до 3000 чел. Какой из проектов следовало выбрать ?

5.13. Требуется выяснить потребности транспортного агентства в автобусах для экскурсионного обслуживания. Обычно число заявок на автобусы колеблется в пределах от 10 до 50. Затраты на эксплуатацию каждого автобуса составляют 10 денежных единиц плюс 100 на содержание автопарка в целом в день. Экскурсионное бюро выплачивает транспортному агентству 20 денежных единиц за каждую заявку.

5.14. Бюро трудоустройства населения планирует открытие курсов компьютерной грамотности. Ожидаемая численность слушателей в пределах от 100 до 200 чел. За каждого их них бюро получает от работодателя 1000 руб. Преподаватель работает с группой, не превышающей 10 чел. Расходы на хозяйственные нужды составляют 5000 и на оплату преподавателя 4500 руб. Сколько преподавателей разумно привлечь ?

5.15. В условиях задачи 14 по некоторым мотивам было решено увеличить оплату преподавателя до 6500 руб. Сколько преподавателей приглашать в этом случае ?

5.16. Ежедневный спрос на булочки в продовольственном магазине колеблется от 1000 до 1500. Булочки покупаются лотками по 100 штук по цене 1.60 и продаются по цене 2.20 за штуку. Непроданные булочки распродают по цене 0.80 на следующее утро. Ваши рекомендации ?

5.17. В условиях задачи 16 изменились цены: закупочная цена  $-0.25$ ; продажные цены на свежую и черствую булочку, соответственно, равны 0.49 и 0.15. Сколько же булочек заказывать ?

5.18. В условиях задачи 10 изменилась стоимость сепаратора до 50000 руб. и стоимость вывоза неиспользованного молока до 150 руб за рейс. Сколько покупать сепараторов ?

5.19. В условиях задачи 10 изменилась закупочная цена на молоко и стала равной 3.50 руб. Сколько покупать сепараторов ?

5.20. В условиях задачи 10 изменилась закупочная цена на молоко и стала равной 4.00 руб. Сколько покупать сепараторов ?

### Тема 8. Сведение задач теории игр к задачам линейного программирования

Пусть на рынке располагаются 2 фирмы: лизинговая компания «Крымлизинг» и предприятие ОАО «Люкс», которое нуждается в новом оборудовании. Компания «Крымлизинг» может:

- 1) предоставить оборудование в лизинг (стратегия  $A_1$ ),
- 2) предоставить денежные средства в кредит (стратегия  $A_2$ ),
- 3) сдать оборудование на прокат (стратегия  $A_3$ ),
- 4) продать данное оборудование (стратегия  $A_4$ ).

А предприятие ОАО «Люкс» может:

- 1) купить необходимое оборудование за счет собственных средств (стратегия  $\hat{A}_1$ ),
- 2) взять оборудование в лизинг (стратегия  $\hat{A}_2$ ),
- 3) взять кредит у компании «Крымлизинг» для покупки оборудования (стратегия  $\hat{A}_3$ ),
- 4) взять оборудование на прокат (стратегия  $\hat{A}_4$ ).

Выигрыши компании «Крымлизинг» заданы в таблице. Определить оптимальные стратегии участников рынка и дать экономическую интерпретацию результата:

- а) сведя игру к задаче линейного программирования и решив её симплексным методом;
- б) решить графически, предварительно упростив игру.

№	Задание					№	Задание				
1	$A_1$	$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	16	$A_1$	$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
		10	11	13	18			15	13	24	16

	$A_2$	-1	8	-1	7		$A_2$	2	8	-1	12
	$A_3$	17	5	9	21		$A_3$	11	16	8	1
	$A_4$	-5	11	5	7		$A_4$	3	13	15	8
		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$			$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
2	$A_1$	15	9	5	4	<b>17</b>	$A_1$	7	8	10	12
	$A_2$	22	21	7	13		$A_2$	4	15	-4	14
	$A_3$	4	1	5	7		$A_3$	5	3	7	9
	$A_4$	13	24	-5	16		$A_4$	-1	9	-5	13
		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$			$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
3	$A_1$	10	10	10	12	<b>18</b>	$A_1$	10	8	2	10
	$A_2$	8	12	-6	14		$A_2$	4	12	-1	12
	$A_3$	15	13	17	12		$A_3$	7	8	2	-3
	$A_4$	-5	10	15	12		$A_4$	-2	10	-2	11
		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$			$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
4	$A_1$	18	16	16	14	<b>19</b>	$A_1$	18	17	1	12
	$A_2$	20	22	8	12		$A_2$	13	24	-2	14
	$A_3$	5	12	6	8		$A_3$	5	12	-3	9
	$A_4$	14	15	16	11		$A_4$	-1	10	-2	4
<b>5</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	<b>20</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
	$A_1$	10	-2	-3	3		$A_1$	12	13	16	11
	$A_2$	6	-4	-3	2		$A_2$	-1	13	-4	4
	$A_3$	8	1	-4	5		$A_3$	7	10	4	11
	$A_4$	-1	1	-6	1		$A_4$	-1	15	18	8
<b>6</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	<b>21</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
	$A_1$	12	7	3	5		$A_1$	9	10	11	12
	$A_2$	13	12	8	6		$A_2$	-4	12	-5	14
	$A_3$	6	3	7	5		$A_3$	5	3	7	9
	$A_4$	12	20	-2	10		$A_4$	-5	8	-6	9
<b>7</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	<b>22</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
	$A_1$	13	12	17	16		$A_1$	15	13	16	9
	$A_2$	-1	10	18	20		$A_2$	-1	10	12	8
	$A_3$	5	12	8	11		$A_3$	13	8	9	7
	$A_4$	-2	9	11	15		$A_4$	6	14	9	13
<b>№</b>	<b>Задание</b>					<b>№</b>	<b>Задание</b>				
<b>8</b>	$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	$\hat{A}_1$	<b>23</b>	$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	
	$A_1$	11	10	8	14		$A_1$	10	7	2	6
	$A_2$	-3	4	-6	4		$A_2$	13	10	1	4
	$A_3$	10	12	14	12		$A_3$	5	7	-2	4
	$A_4$	-5	10	6	12		$A_4$	9	8	-3	3

<b>9</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	<b>24</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
	$A_1$	10	7	8	9		$A_1$	8	6	10	12
	$A_2$	4	6	-1	8		$A_2$	-1	5	5	10
	$A_3$	10	7	5	4		$A_3$	-2	4	3	9
	$A_4$	3	10	-2	12		$A_4$	8	10	11	10
<b>10</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	<b>25</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
	$A_1$	8	9	6	5		$A_1$	8	16	6	14
	$A_2$	12	14	4	4		$A_2$	10	20	3	10
	$A_3$	5	8	5	3		$A_3$	5	12	3	8
	$A_4$	11	10	3	2		$A_4$	10	19	2	9
<b>11</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	<b>26</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
	$A_1$	14	9	7	4		$A_1$	14	11	7	8
	$A_2$	16	14	7	13		$A_2$	16	15	8	14
	$A_3$	4	5	5	7		$A_3$	5	12	10	16
	$A_4$	13	16	-2	14		$A_4$	14	5	-1	7
<b>12</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	<b>27</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
	$A_1$	8	6	4	3		$A_1$	6	5	6	8
	$A_2$	4	8	2	1		$A_2$	4	7	2	10
	$A_3$	4	6	2	-1		$A_3$	4	5	2	9
	$A_4$	3	4	1	2		$A_4$	3	4	1	-2
<b>13</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	<b>28</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
	$A_1$	12	8	6	15		$A_1$	10	9	8	12
	$A_2$	18	15	5	12		$A_2$	9	9	-1	4
	$A_3$	5	15	-3	8		$A_3$	15	13	7	4
	$A_4$	5	14	-5	7		$A_4$	8	9	-5	4
<b>14</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	<b>29</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
	$A_1$	16	13	16	15		$A_1$	17	18	10	12
	$A_2$	13	16	8	14		$A_2$	12	19	4	14
	$A_3$	15	12	16	15		$A_3$	15	13	9	9
	$A_4$	14	12	-1	14		$A_4$	8	9	5	12
<b>15</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$	<b>30</b>		$\hat{A}_1$	$\hat{A}_2$	$\hat{A}_3$	$\hat{A}_4$
	$A_1$	10	9	10	8		$A_1$	13	10	14	8
	$A_2$	-3	4	12	14		$A_2$	15	12	6	4
	$A_3$	10	8	10	7		$A_3$	5	10	4	3
	$A_4$	-5	3	11	14		$A_4$	9	8	10	6

## Тема 9. Нелинейное программирование

Задание 9. Рассматривается задача двухкритериальной оптимизации

$z_1 = f_1(x) = x_1 + 6x_2 + 2x_3 \rightarrow \min,$       $z_2 = f_2(x) = x_1 - 3x_2 - 2x_3 \rightarrow \min,$   
на множестве допустимых решений  $X \subset E^3$ :  
 $x_1^2 + (x_2 - 2)^2 + x_3^2 \leq 2, \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$

Найти Парето-оптимальное решение, минимизирующее линейную свертку критериев

$$L(x) = \alpha_1 f_1(x) + \alpha_2 f_2(x) \quad \text{при } \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 2.$$

Для возникающей задачи нелинейного программирования:

1. Проверить выполнение условий теоремы Вейерштрасса;
- 2) Проверить, является ли задача задачей выпуклого программирования;
- 3) Проверить возможность использования условий Куна-Таккера;
- 4) Найти решение графическим методом;
- 5) Проверить выполнение условий Куна-Таккера в этом решении.